

RESEARCH ARTICLE

# Generation of Fractal Objects with Iterated Function System on the Developments of Trellis Ornament Designs

(Pembangkitan Objek Fraktal dengan *Iterated Function Systems* (IFS) pada Pengembangan Desain Ornamen Teralis)

Kosala Dwidja Purnomo<sup>\*</sup>, Siti Fatimah, Bagus Juliyanto  
*Jurusan Matematika FMIPA Universitas Jember, Jl. Kalimantan 37, Jember 68121, Indonesia*

## ABSTRACT

Fractals are one of a mathematical concept that provides artistic value and is therefore widely used to design various kinds of objects. The purpose of this study is to obtain various trellis ornament designs generated from fractal objects. Some fractal objects that will be used are Koch Snowflake  $(m,n,c)$ , Koch Anti-Snowflake  $(m,n,c)$  and dragon curve. The basic trellis pattern is built from basic geometry, namely line segments, rhombuses and elliptical curved lines with certain sizes. In this study, the generation of fractal objects was carried out using the Iterated Function Systems (IFS) method. In this case, IFS is carried out by utilizing Affine transformations, namely dilation, rotation and reflection. Related to the generation of the Koch Snowflake curve  $(m,n,c)$ , an  $m$ -sided polygon with  $3 \leq m \leq 5$  is used and the side looping form uses an  $n$ -sided polygon with  $3 \leq n \leq 5$ . The  $c$  value or the middle segment divisor used is 0.3; 0.2; and 0.19. The dilation scale on the dragon curve is  $0.6 \leq k \leq 9.8$  and the angle  $\theta = 90^\circ$ . The iteration used to generate the Koch curve is 2 iterations while the dragon curve is 15 iterations. By taking several parameters, a trellis ornament design consisting of 5 patterns is obtained and each pattern has 3 variations of trellis motifs.

Fraktal adalah salah satu konsep matematika yang memberikan nilai artistik sehingga banyak dimanfaatkan untuk mendesain berbagai macam benda. Tujuan dari penelitian ini adalah mendapatkan berbagai desain ornamen teralis yang dibangkitkan dari objek fraktal. Beberapa objek fraktal yang akan digunakan adalah Koch *Snowflake*  $(m,n,c)$ , Koch *Anti-Snowflake*  $(m,n,c)$  dan kurva naga. Pola dasar teralis dibangun dari geometri dasar yaitu segmen garis, belah ketupat dan garis lengkung elips dengan ukuran tertentu. Pada penelitian ini pembangkitan objek fraktal tersebut dilakukan dengan metode Iterated Function Systems (IFS). Dalam hal ini, IFS dilakukan dengan memanfaatkan transformasi Affine, yaitu dilatasi, rotasi dan refleksi. Terkait dengan pembangkitan kurva Koch *Snowflake*  $(m,n,c)$ , digunakan poligon segi- $m$  dengan  $3 \leq m \leq 5$  dan bentuk perulangan sisi menggunakan poligon segi- $n$  dengan  $3 \leq n \leq 5$ . Nilai  $c$  atau pembagi segmen tengah yang digunakan adalah 0,3; 0,2; dan 0,19. Skala dilatasi pada kurva naga adalah  $0,6 \leq k \leq 9,8$  dan sudut  $\theta = 90^\circ$ . Iterasi yang digunakan untuk membangkitkan kurva Koch sebanyak 2 iterasi sedangkan kurva naga adalah 15 iterasi. Dengan pengambilan beberapa parameter tersebut didapatkan desain ornamen teralis yang terdiri atas 5 pola dan setiap pola memiliki 3 variasi motif teralis.

**Keywords:** Fractals, trellis, IFS, Koch Snowflake  $(m,n,c)$ , dragon curve.

<sup>\*</sup>Corresponding author:  
Kosala Dwidja Purnomo  
E-mail: kosala.fmipa@unej.ac.id

## PENDAHULUAN

Teralis merupakan konstruksi besi yang dipasang pada pintu dan jendela sebagai pelindung keamanan rumah. Namun, perkembangan zaman modern saat ini teralis juga berfungsi sebagai hiasan rumah. Banyak ditemukan motif teralis yang beragam dan dirancang menggunakan bentuk geometri dasar sebagai model. Hermanto, dkk. [1] mengembangkan desain teralis pintu dan jendela yang dibangun dari benda geometri dasar yaitu persegi panjang, belah ketupat, dan garis.

Geometri fraktal merupakan kajian ilmu matematika untuk mempelajari suatu bentuk geometri dengan proses perulangan secara berkelanjutan dan mempunyai sifat keserupaan diri (*self similarity*) [2]. Saat ini kajian tentang fraktal telah banyak dilakukan, baik dalam aspek teori maupun aplikasi. Pengembangan motif fraktal telah dilakukan dengan menggunakan pendekatan L-Systems [3]. Di dalam artikel ini konsep fraktal dengan menggunakan L-Systems telah diterapkan untuk mendapatkan berbagai motif ulos khas Sumatera Utara. Modifikasi chaos

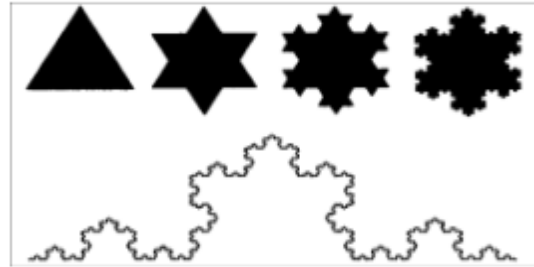
game dari segitiga menjadi persegi memberikan berbagai bentuk fraktal yang baru [4]. Dalam penelitian ini dilakukan modifikasi terhadap aturan chaos game. Lebih lanjut, juga telah dibahas hasil objek fraktal dari chaos game yang bukan menggunakan titik tengah tapi kombinasi linier titik pembangkitnya [5]. Berkaitan dengan bentuk geometrisnya, beberapa decade tahun terakhir telah dikembangkan fraktal Fibonacci Word yang menggambarkan barisan bilangan 0 dan 1 sebagai segmen garis dengan aturan tertentu. Pengembangan bentuk morfisme dari fraktal Fibonacci Word juga telah dilakukan, diantaranya melalui pembangkitan parameter tertentu ( $a$  dan  $b$ ) saat membangkitkan suku-suku barisan dalam fraktal Fibonacci Word. [6]. Hasilnya didapatkan motif fraktal yang lebih umum dari fraktal Fibonacci Word.

Konsep fraktal juga telah banyak diterapkan untuk memodelkan masalah sehari-hari. Berbagai bentuk geometris dapat dihasilkan melalui Iterated Function Systems (IFS). Dengan menerapkan metode IFS dan aturan tertentu pada segitiga Sierpinski didapatkan motif geometri yang bervariasi [7]. Metode *box counting* untuk menghitung dimensi fraktal juga telah digunakan untuk melakukan klasifikasi jenis penyakit mata [8]. Selanjutnya konsep dimensi fraktal yang diantaranya dihitung dengan metode eksponen Hurst dapat digunakan untuk memprediksikan pola data dalam *time series*. Pola data kasus baru covid-19 telah dianalisis dengan menggunakan metode ini [9].

Beberapa objek fraktal yang memiliki sifat simetris dan artistik diantaranya adalah Koch *Snowflake* ( $m, n, c$ ), Koch Anti-*Snowflake* ( $m, n, c$ ) dan kurva Naga. Fraktal Koch *Snowflake* merupakan pengembangan dari kurva Koch yang dibangun oleh inisiator segitiga sama sisi kemudian dibangkitkan dengan generator (perulangan) yaitu segitiga sama sisi dengan skala yang lebih kecil. Purnomo, dkk. [10] dalam penelitiannya menyusun batik fraktal menggunakan L-Systems untuk mendapatkan fraktal Koch *Snowflake* ( $m, n, c$ ) dan Koch Anti-*Snowflake* ( $m, n, c$ ). Kedua jenis fraktal ini sebelumnya juga sudah dirumuskan tetapi menggunakan transformasi Affine [11]. Batik motif mekar merah juga telah dikembangkan melalui pendekatan fraktal untuk mendapatkan berbagai motif yang menarik [12]. Terkait kurva naga, berbagai

bentuk kurva naga dihasilkan dengan dengan IFS menggunakan transformasi *Affine*. Variasi yang diberikan dilakukan pada skala dilatasi dan sudut rotasi tertentu [13].

Fraktal Koch *Snowflake* merupakan pengembangan bentuk fraktal kurva Koch (Gambar 1) yang diterapkan pada kurva tertutup. Fraktal ini memiliki sifat setiap cabang akan terdapat subcabang dengan tiap subcabang merupakan cabang terkecil dan berkelanjutan hingga bentuk yang sangat kecil.



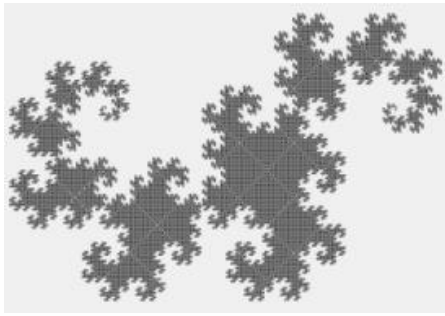
Gambar 1. Perkembangan kurva Koch

Fraktal Koch Anti-*Snowflake* merupakan fraktal variasi dari kurva Koch *Snowflake* yang dibangkitkan dengan cara membangkitkan generator pada setiap sisi inisiator secara berlawanan yaitu pembangkitan generatornya ke arah dalam. Kemudian dikembangkan fraktal Koch *Snowflake* ( $m, n, c$ ) dan Koch Anti-*Snowflake* ( $m, n, c$ ), yang mana  $m$  adalah jumlah sisi poligon,  $n$  adalah bentuk bilangan asli pada tiap sisi sebagai generator pembangkitannya dan  $c$  adalah proporsi panjang segmen yang akan dihilangkan. Faktor  $c$  ditentukan agar kurva Koch yang dihasilkan tidak tumpang-tindih. Aturan nilai faktor  $c$  adalah sebagai berikut [14]:

$$c < \frac{\sin^2\left(\frac{\pi}{n}\right)}{\cos^2\left(\frac{\pi}{n}\right)+1} \quad , n \text{ genap} \quad (1)$$

$$c < 1 - \cos\left(\frac{\pi}{n}\right) \quad , n \text{ ganjil} \quad (2)$$

Kurva Naga oleh Heighway dan Harter didefinisikan sebagai pembukaan berulang dari salinan dirinya sendiri yang diawali dengan segmen garis, dimana segmen garis yang pertama merupakan perulangan ke-0 [15]. Kurva Naga dapat dilihat pada Gambar 2.



Gambar 2. Kurva Naga iterasi ke-15

Transformasi Affine adalah transformasi linier yang diikuti dengan dilatasi, rotasi, translasi, atau refleksi. Transformasi yang memperbesar atau memperkecil objek tanpa mengubah bentuk objeknya disebut dilatasi. Persamaan dilatasi dengan faktor skala  $k$  dan pusat  $O(0,0)$  sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

Rotasi adalah suatu perpindahan benda dengan gerakan melingkar. Jika  $T: R^2 \rightarrow R^2$  adalah suatu transformasi yang memetakan titik  $(x, y)$  ke titik  $(x', y')$  dan dimisalkan  $\theta$  adalah sudut tetap yang didefinisikan sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

dan persamaan rotasi dengan arah rotasi searah jarum jam adalah

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

Translasi merupakan transformasi pemetaan pada titik  $(x, y)$  yang bergeser sejauh  $e$  satuan ke arah sumbu  $x$  dan  $f$  satuan ke arah sumbu  $y$  sehingga diperoleh persamaan:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e \\ f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + e \\ y + f \end{bmatrix}$$

Refleksi merupakan pergeseran semua titik pada bidang geometri ke arah cermin atau garis dengan jarak yang sama dan dua kali lipat jarak titik ke cermin. Persamaan refleksi terhadap garis  $x = 0$  adalah

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

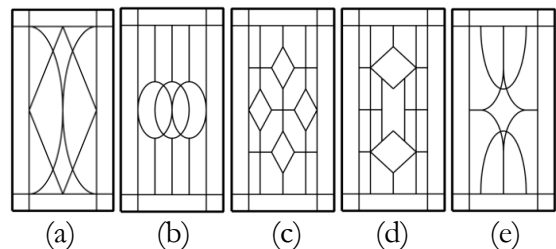
dan persamaan refleksi terhadap garis  $y = 0$  adalah

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

Pada tulisan ini akan dikembangkan desain teralis menggunakan geometri fraktal, yaitu Koch *Snowflake*  $(m, n, c)$ , Koch *Anti-Snowflake*  $(m, n, c)$  dan kurva Naga, yang dibangkitkan melalui *Iterated Function System* (IFS). Ketiga objek tersebut akan dikombinasikan sebagai ornamen dan digabungkan dengan desain dasar pola teralis. Pola dasar teralis dibangun dari bentuk geometri dasar yaitu segmen garis, belah ketupat dan garis lengkung elips. Variasi pada ketiga objek fraktal tersebut akan dilakukan skala dilatasi dan ukuran menyesuaikan bentuk dasar teralis.

## METODE PENELITIAN

Pembangkitan desain ornamen teralis menggunakan objek fraktal Koch *Snowflake*  $(m, n, c)$ , Koch *Anti-Snowflake*  $(m, n, c)$  dan kurva naga terdiri dari beberapa tahapan. Pertama, menentukan bentuk Koch *Snowflake*  $(m, n, c)$ , Koch *Anti-Snowflake*  $(m, n, c)$  dan Kurva Naga dengan nilai inisiator segi- $m$  yaitu segi-3, segi-4 dan segi-5 dan setiap inisiator memiliki nilai generator segi- $n$  yaitu segi-3, segi-4 dan segi-5 serta nilai  $c$  yang dibatasi. Kedua, pembangkitan Koch *Snowflake*  $(m, n, c)$ , Koch *Anti-Snowflake*  $(m, n, c)$  dan Kurva Naga menggunakan IFS. Ketiga, membuat pola dasar teralis dengan ukuran 60 cm x 120 cm dan tersusun dari belah ketupat, segmen garis dan kurva lengkung elips. Ketiga bentuk dasar tersebut akan dikombinasikan dan diperoleh 5 pola dasar yang dapat dilihat pada Gambar 4. Keempat, menentukan penempatan objek fraktal pada pola dasar teralis yang terdiri dari ornamen 1, ornamen 2 dan ornamen 3. Ornamen 1 dan 2 merupakan kurva Koch sedangkan ornamen 3 merupakan kurva Naga.



Gambar 3. Bentuk-bentuk pola dasar teralis

Setiap pola memiliki 3 variasi motif dengan penempatan ornamen yang berbeda dan ukuran tertentu. Pola 1 (Gambar 3(a)) tersusun dari belah ketupat dan kurva elips, pola 2 (Gambar 3(b)) tersusun

dari segmen vertikal dan kurva elips, pola 3 (Gambar 3(c)) tersusun dari segmen garis dan belah ketupat, pola 4 (Gambar 3(d)) tersusun dari belah ketupat dan segmen garis dan pola 5 (Gambar 3(e)) tersusun dari segmen garis dan kurva elips.

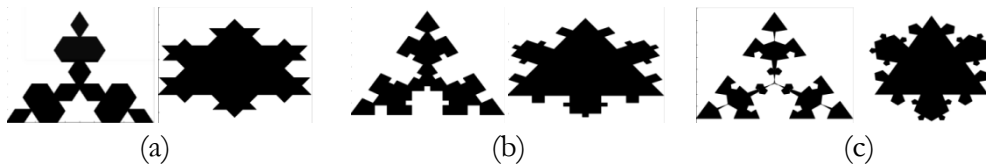
## HASIL DAN PEMBAHASAN

### Hasil Pembangkitan Koch *Snowflake* dan Koch *Anti-Snowflake* ( $m, n, c$ )

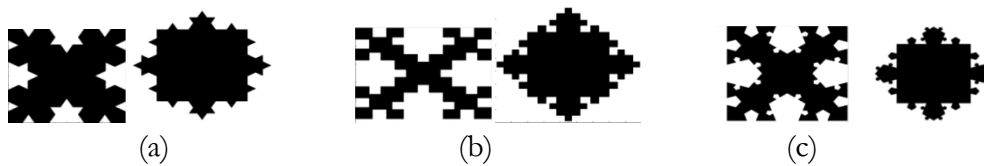
Pada Koch *Snowflake* dan Koch *Anti-Snowflake* dimulai dari poligon segi-3 hingga segi-5. Nilai  $n$  yang

digunakan adalah  $3 \leq n \leq 5$  pada setiap poligon segi- $m$ . Penentuan nilai  $c$  diperoleh berdasarkan Persamaan (1) dan (2), yaitu  $c = 0,3$  untuk  $n = 3$ ,  $c = 0,29$  untuk  $n = 4$  dan  $c = 0,19$  untuk  $n = 5$ . Namun untuk  $m = 3$ ,  $n = 4$  berlaku  $c = 0,2$ . Nilai  $c$  ditetapkan supaya kurva Koch yang dihasilkan tidak tumpang-tindih. Gambar 4 merupakan hasil pembangkitan kurva Koch *Snowflake* ( $m, n, c$ ) bagian kanan dan Koch *Anti-Snowflake* ( $m, n, c$ ) bagian kiri.:

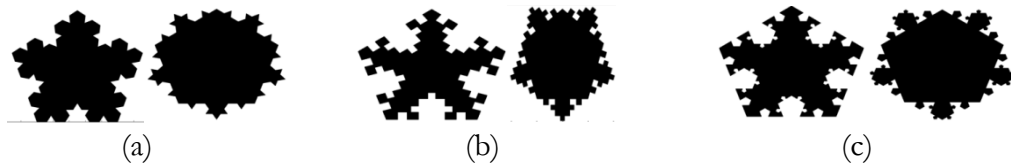
Hasil untuk  $m = 3$ :



Hasil untuk  $m = 4$ :



Hasil untuk  $m = 5$ :



Gambar 4. Hasil pembangkitan kurva Koch

### Hasil Pembangkitan Kurva Naga

Pembangkitan kurva Naga dimulai dengan menentukan titik koordinat yang ditetapkan sebagai segmen awal. Segmen awal yang digunakan terdiri dari 2 titik dan 3 titik koordinat yaitu titik  $(0,1)$  dengan  $(1,1)$ , titik  $(1,0)$  dengan  $(1,1)$ , titik  $(0,0)$ ,  $(0,1)$  dan  $(1,0)$  serta titik  $(0,0)$ ,  $(1,0)$  dan  $(1,1)$ . Pembangkitan

dilakukan dengan iterasi sebanyak 15 kali. Pada penelitian ini ditetapkan sudut  $\theta = 90^\circ$  dan skala dilatasi  $0,6 \leq k \leq 9,8$ . Hasil pembangkitan kurva Naga dengan segmen awal yang berbeda dan variasi skala dilatasi yang dimulai dari  $0,98$ ;  $0,97$ ;  $0,96$ ;  $0,95$ ;  $0,8$ ;  $0,7$ ;  $0,6$  yang diperoleh sebagai berikut:

1. Segmen awal di titik  $(0,1)$  dan  $(1,1)$



2. Segmen awal di titik (1,0) dan (1,1)



3. Segmen awal di titik (0,0), (0,1) dan (1,0)



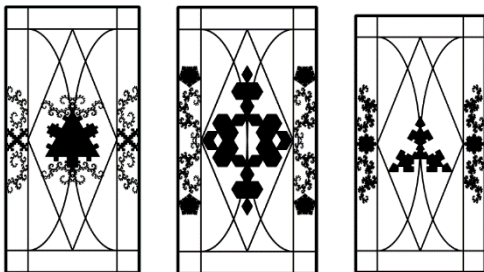
4. Segmen awal di titik (0,0), (1,0) dan (1,1)



### Hasil penyusunan ornamen objek fraktal

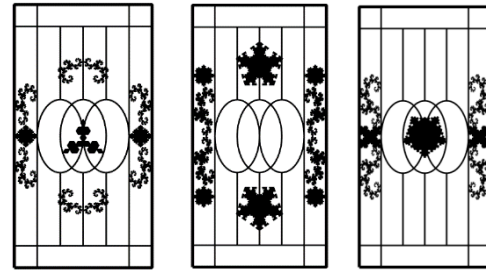
Langkah selanjutnya, menyusun desain ornamen teralis yang terbagi menjadi 3 bagian yaitu ornamen 1 dan 2 sebagai kurva Koch serta ornamen 3 sebagai Kurva Naga. Pola teralis yang digunakan sebanyak lima pola dan setiap pola memiliki 3 variasi motif berbeda. Proses penyusunan menggunakan transformasi Affine yaitu dilatasi, rotasi, translasi dan refleksi. Penyusunan pada ornamen 1 dan 2 yang terletak di bagian dasar pola dilakukan dilatasi dengan skala tertentu. Sedangkan untuk ornamen 1 dan 2 yang terletak di bingkai dasar teralis memiliki ukuran lebar 10 cm dan tinggi menyesuaikan penempatan ornamen. Ukuran pada ornamen 3 yang terletak di bingkai dasar yaitu lebar 10 cm dan tinggi 15 cm. Sedangkan untuk di bagian dasar pola dilakukan rotasi sebesar  $120^\circ$  searah jarum jam. Beberapa hasil penyusunan desain ornamen teralis dapat dilihat pada Gambar 5 sampai Gambar 9. Di dalam gambar tersebut berturut-turut pada setiap pola dasar menunjuk pada motif 1, 2, dan 3.

1. Pola dasar 1:



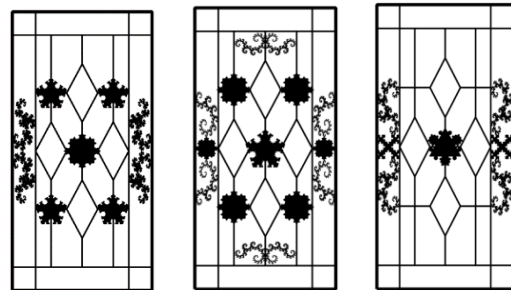
Gambar 5. Beberapa hasil desain ornamen teralis pola dasar 1

2. Pola dasar 2:



Gambar 6. Beberapa hasil desain ornamen teralis pola dasar 2

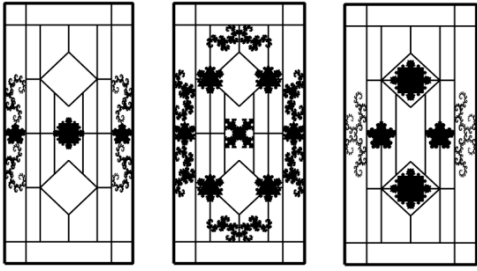
3. Pola dasar 3:



Gambar 7. Beberapa hasil desain ornamen teralis pola dasar 3

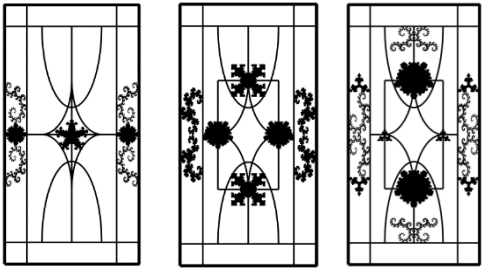


4. Pola dasar 4:



Gambar 8. Beberapa hasil desain ornamen teralis pola dasar 4

5. Pola dasar 5:



Gambar 9. Beberapa hasil desain ornamen teralis pola dasar 5

**Pembahasan**

Berdasarkan objek kurva Koch yang diperoleh pada Gambar 5 sampai Gambar 9, terdapat 2 objek yang tidak dapat digunakan sebagai ornamen teralis yaitu Koch *Snowflake* (5;3;0,3) dan Koch *Anti-Snowflake* (3;5;0,19). Kedua objek tersebut memiliki bentuk yang sulit diaplikasikan pada teralis. Penentuan parameter skala dilatasi pada kurva Koch disesuaikan dengan penempatan ornamen pada pola dasar. Kurva Naga sebagai ornamen 3 dipilih dengan variasi segmen awal dan dilatasi dengan skala tertentu yang menyesuaikan penempatan pada pola dasar. Jika skala dilatasi yang digunakan  $k < 6$ , hasil kurva Naga yang dihasilkan masih terdapat garis-garis sehingga tidak layak digunakan pada ornamen teralis. Kurva Naga dengan skala 1 dan sudut  $90^\circ$  memiliki bentuk fraktal yang menyerupai kurva Naga yang didefinisikan oleh John Heighway seperti pada Gambar 2. Namun, untuk skala  $k = 1$  tidak dapat mencukupi penempatan ornamen kurva Naga yang tersedia sehingga skala dilatasi ( $k$ ) yang digunakan diperkecil atau mendekati 1. Kurva Naga sebagai ornamen dibangkitkan dengan hasil yang tegak, sehingga ketika ukuran lebar kurva Naga lebih besar dari tingginya maka akan dirotasi sebesar  $90^\circ$  searah jarum jam.

**KESIMPULAN**

Berdasarkan pembahasan diatas, didapatkan kesimpulan bahwa didapatkan 16 kurva Koch yang dapat digunakan sebagai ornamen dengan bentuk poligon segi- $m$  ( $3 \leq m \leq 5$ ) dan generator segi- $n$  ( $3 \leq n \leq 5$ ). Pembangkitan kurva Naga dengan segmen awal yang berbeda dapat memberikan variasi arah pada ornamen. Setiap ornamen dilatasi dengan skala tertentu menyesuaikan penempatan pada pola dasar. Penyusunan desain teralis menggunakan transformasi *Affine* yang dapat memberikan variasi motif lebih banyak.

Diharapkan pada penelitian selanjutnya dapat dikembangkan mengenai kajian desain ornamen teralis dengan memperhatikan secara detail fungsi utama teralis. Tujuannya agar motif yang dikembangkan dapat langsung diaplikasi pada pembuatan teralis.

**DAFTAR PUSTAKA**

- [1] Hermanto, Kusno, and A. Kamsyakawuni, "Desain motif teralis pintu dan jendela dari bentuk geometri dasar," in *Prosiding Seminar Nasional Matematika*, (Universitas Jember). pp. 374-380, November 2014.
- [2] E.E. Wahyudi, J. Hendarto, N. Rokhman, and A.R. Darusalam, "Konstruksi pola fraktal berdasarkan bentuk dasar persegi menggunakan transformasi affine," *Jurnal Ilmiah ILKOMINFO-Jurnal Ilmiah Ilmu Komputer dan Informatika*, vol. 6, no. 1, pp. 87-97, Januari 2023.
- [3] N.I. Manik dan Manal, "Penggunaan model fraktal untuk pengembangan motif ulos," *Jurnal Mat Stat*, vol. 12, no. 2, pp. 143-151, Juli 2012.
- [4] K.D. Purnomo, A.S.Mawarni, and F. Ubaidillah, "On The modification of chaos game rules on a square," *Berkala Sainstek*, vol. 10, no. 3, pp. 133-139, September 2022.
- [5] K.D. Purnomo, Y. Devita, F. Ubaidillah, and B. Juliyanto, "Chaos game dengan variasi kombinasi linier titik pembangkit," *Jurnal Pembelajaran dan Pengembangan Matematika (PEMANTIK)*, vol. 4, no. 1, pp. 85-94, Maret 2024.
- [6] J.L. Ramirez and G. Rubiano, "Biperiodic Fibonacci word and its fractal curve," *Acta Polytechnica*, vol. 55, no. 1, pp. 50-58, February 2015.
- [7] M. Ro'ifah, "Penerapan modifikasi fraktal segitiga sierpinski pada ragam hias geometris tumpal," *Jurnal Soulmath*, vol. 9, no. 2, pp. 165-174, Oktober 2021.
- [8] T.N. Siregar dan D. Juniati, "Implementasi dimensi fraktal box counting dan K-Means dalam klasifikasi

- jenis penyakit mata berdasarkan citra fundus retina,” *Jurnal Riset dan Aplikasi Matematika*, vol. 7, no. 2, pp. 206-223, November 2023.
- [9] L.N. Aini dan D. Juniati, “Analisis data harian penambahan kasus baru Covid-19 dengan metode dimensi fraktal eksponen hurst,” *Jurnal Ilmiah Matematika*, vol. 9, no. 2, pp. 390-398, 2021.
- [10] R. Sholeha, K.D. Purnomo, and A. Riski, “Pengembangan batik fraktal berbasis Koch *Snowflake*  $(m,n,c)$  dan Koch Anti-*Snowflake*  $(m,n,c)$  menggunakan L-Systems,” in PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika, vol. 3, (UNNES Semarang), pp.147-155, Februari 2020.
- [11] E. Alkhori, K.D. Purnomo, and B. Juliyanto, “Pembangkitan fraktal koch Anti-*Snowflake*  $(m,n,c)$  menggunakan metode transformasi affine,” in Prosiding Seminar Nasional Integrasi Matematika dan Nilai Islami, vol. 3, no. 1, (UIN Maulana Malik Ibrahim Malang), pp.11-16, September 2019.
- [12] E. Susanti, Turmudi, M.A.P. Utami, dan T. Alfaridzi, “Pengembangan pola motif batik mekar merah menggunakan aplikasi fraktal,” *Kognitif: Jurnal Riset HOTS Pendidikan Matematika*, vol. 4, no. 4, pp. 1646-1660, Desember 2024.
- [13] V. H. Suny, K.D. Purnomo, and F. Ubaidillah, “Pemanfaatan Metode Iterated Function System (IFS) Pada Pembangkitan Kurva Naga,” *Majalah Ilmiah Matematika dan Statistika*, vol. 20, no. 2, pp. 89-100, September 2020.
- [14] T. Keleti and E. Paquette, “The trouble with von Koch curves built from  $n$  gons,” *The American Mathematical Monthly*, vol. 117, pp.124-137, 2010.
- [15] M. Gradner, “Mathematical Games,” *Scientific American Magazine*, vol. 217, no. 6, pp.127, December 1967.